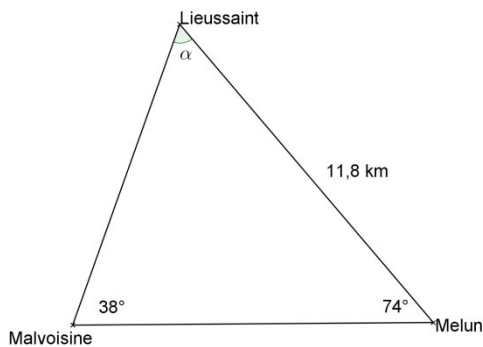


UNITÉ 3

- La méthode de triangulation utilisée par Delambre et Méchain leur permet de calculer des longueurs entre deux points d'un réseau prédéfini.
- On calcule donc en premier la mesure de l'angle α , grâce à la somme des angles d'un triangle.
- La loi des sinus permettra ensuite de déterminer les distances Lieussaint - Malvoisine et Malvoisine - Melun. La loi d'Al-Kashi permet enfin d'en déduire la longueur d'une portion de méridien.
- Ayant procédé ainsi entre Dunkerque et Barcelone, Delambre et Méchain trouvent une distance de 1 111,11 km, qui, mise en relation avec l'écart de latitude entre les deux villes, leur permettra de trouver la longueur du méridien.



Les calculs

- La somme des angles d'un triangle étant égale à 180° , on trouve $\alpha = 180 - (38 + 74) = 68^\circ$.
- D'après la loi des sinus :
$$\frac{\text{Malvoisine - Melun}}{\sin(68)} = \frac{\text{Melun - Lieussaint}}{\sin(38)} = \frac{\text{Lieussaint - Malvoisine}}{\sin(74)}$$
 or la distance entre Melun et Lieussaint est de 11,8 km.
- De là :
$$\text{Malvoisine - Lieussaint} = \frac{\sin(74) \times 11,8}{\sin(38)} \approx 18,4 \text{ km}$$
- et
$$\text{Malvoisine - Melun} = \frac{\sin(68) \times 11,8}{\sin(38)} \approx 17,8 \text{ km.}$$
- La distance de 1 111,11 km correspond à un écart de latitude de 10° d'où :
$$\frac{1\,111,11}{\text{Longueur}_{\text{Méridien}}} = \frac{10}{360}$$
- Donc
$$\text{Longueur}_{\text{Méridien}} = \frac{1\,111,11 \times 360}{10} = 39\,999,96$$
, soit environ 40 000 km.
- Delambre et Méchain ont effectué leurs mesures dans les unités de longueur alors usitées comme la toise; leurs calculs leur ont donné une longueur du méridien qu'ils ont divisée par 4×10^7 (pour en obtenir le quart du dix-millionième). Le résultat ainsi trouvé est donc la valeur du mètre.

UNITÉ 4

Activité guidée

1. Un décalage d'une heure entre deux points correspond à une différence de 15° de longitude.
Ici, le décalage est de 2 h 30, ce qui correspond à une différence de $15 \times 2,5 = 37,5^\circ$.
Comme le navire est à l'ouest de Quimper qui se trouve sur le méridien $4,1^\circ$ Ouest, on additionne : $4,1 + 37,5 = 41,6$. Le navire a une longitude de $41,6^\circ$ ouest.

2. L'écart de latitude entre Saint-Petersbourg et El Obeid est $60 - 13 = 47^\circ$. La distance d entre ces deux villes vérifie donc la relation :

$$\frac{d}{40\,000} = \frac{47}{360} \text{ donc } d = \frac{47 \times 40\,000}{360} = 5\,222,2 \text{ km.}$$

3. Le rayon du 38° parallèle sud vérifie $r = R \cdot \cos(L)$ où R est le rayon de la Terre, soit environ 6 366,2 km et $L = 38$.
Donc $r = 6\,366,2 \times \cos(38) \approx 5\,016,6$ km.
De là, la longueur du parallèle est $5\,016,6 \times 2\pi \approx 31\,520,4$.
Or l'écart de longitude entre Melbourne et Hamilton est de 30° .
Donc la distance entre les deux villes vérifie :

$$\frac{\text{Distance Melbourne-Hamilton}}{31\,520,4} = \frac{30}{360}$$

soit :

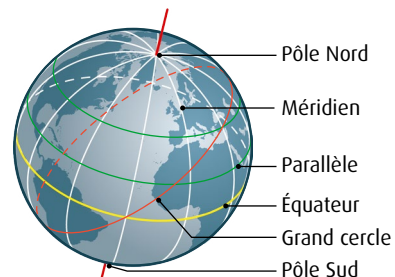
$$\text{Distance Melbourne-Hamilton} = \frac{30 \times 31\,520,4}{360} \approx 277,3 \text{ km.}$$

Tester ses savoirs

1 Vrai/faux

- a. Vrai.
- b. Faux, on peut estimer sa longitude sur Terre à condition de disposer d'un chronomètre.
- c. Faux, il est impossible de démontrer que la Terre est sphérique en restant à sa surface.
- d. Faux, la longueur d'un méridien est d'environ 40 000 km.
- e. Vrai.

2 Légèrer un schéma



3 QCM

1. a. Faux.
b. Faux.
c. Vrai.
2. a. Faux.
b. Vrai.
c. Faux.
d. Faux.
3. a. Faux.
b. Faux.
c. Vrai.
d. Faux.
4. a. Faux.
b. Faux.
c. Vrai.
d. Faux.
5. a. Faux.
b. Vrai.
c. Faux.
d. Faux.

5 Calculer et représenter

1. Le théorème de Pythagore permet d'écrire que :

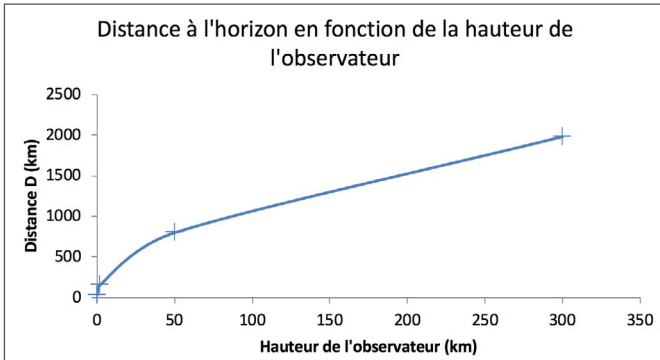
$$D^2 = (R + h)^2 - R^2 = R^2 + 2Rh + h^2 - R^2 = h(2R + h).$$

Donc $D = \sqrt{h(2R + h)}$.

2. On applique le résultat précédent :

Hauteur h (en km)	0,1	2	50	300
Distance D (en km)	35,7	159,6	799,7	1 978,0

3.



6 Analyser des données et calculer

1. La loi des sinus dans le triangle ABC permet d'écrire :

$$\frac{AB}{\sin(\widehat{ACB})} = \frac{AC}{\sin(\widehat{ABC})} = \frac{BC}{\sin(\widehat{BAC})},$$

soit : $\frac{5\,663}{\sin(30,8)} = \frac{AC}{\sin(95,1)} = \frac{BC}{\sin(54)}$,

de là $AC = \frac{5\,663 \times \sin(95,1)}{\sin(30,8)} \approx 11\,016$ toises.

2. L'abbé Picard trouve que Paris et Amiens sont distantes de 111,1 km ; leur écart de latitude est de 1°.

Il vient immédiatement que, selon ces calculs, la longueur du méridien est $111,1 \times 360 = 39\,996$ km.

3. Les mesures de Picard permettent de retrouver une valeur particulièrement proche de celle que Delambre et Méchain ont obtenue 100 ans plus tard.

7 Calculer

1. Si r est le rayon du parallèle de latitude L , $r = R_{\text{Terre}} \cos(L)$.

La longueur du parallèle est alors $C = 2\pi r$ donc $C = 2\pi R_{\text{Terre}} \cos(L)$

2. En appliquant cette formule, on obtient :

$$C = 2\pi \times 6\,370 \times \cos(48,3) \approx 26\,625,1 \text{ km}$$

3. La distance entre Strasbourg et Brest étant de 1 070 km, cela représente un rapport de $\frac{1\,070}{26\,625,1} \approx 0,04$.

La distance entre Strasbourg et Brest représente donc 4 % du parallèle.

4. $24 \times 0,04 = 0,96$.

Il y a un décalage de 0,96 heure entre ces deux villes, soit 57 minutes et 36 secondes.

8 Reasonner et calculer

1. Par proportionnalité, $dh_{AB} = \frac{24}{360} \frac{\alpha}{15} = \frac{\alpha}{15}$.

2. Au bout de 3 jours de traversée, la montre du XVII^e siècle affiche un décalage de 45 minutes, soit 0,75 heure.

L'erreur de longitude est donc $\alpha = 15 \times 0,75 = 11,25^\circ$.

Au bout de 2 semaines, soit 14 jours de traversée, la montre du XVII^e siècle affiche un décalage de $15 \times 14 = 210$ minutes, soit

3,5 heures. L'erreur de longitude est donc $\alpha = 15 \times 3,5 = 52,5^\circ$.

3. Au bout de 3 jours de traversée, le chronomètre marin affiche un décalage de 15 secondes, soit 0,0042 heure.

L'erreur de longitude est donc $\alpha = 15 \times 0,0042 = 0,0625^\circ$.

Au bout de 2 semaines, soit 14 jours de traversée, le chronomètre marin affiche un décalage de $5 \times 14 = 70$ secondes, soit 0,019 heure. L'erreur de longitude est donc :

$$\alpha = 15 \times 0,019 = 0,29^\circ.$$

ÇA VOUS CONCERNE

- Les systèmes de géopositionnement.

Il existe d'autres systèmes de positionnement par satellite, sans atteindre cependant la couverture ou la précision du GPS :

- GLONASS est le système russe
- Beidou est le système de positionnement créé par la République populaire de Chine ; il est opérationnel uniquement sur le territoire chinois et les régions limitrophes ; son successeur Compass sera global ;
- l'Inde prépare également son système de positionnement, l'IRNSS ;
- Galileo est le système civil de l'Union européenne, partiellement opérationnel depuis fin 2016. À terme (prévu vers 2020), il est destiné à être au moins équivalent au GPS en termes de couverture et de précision ;
- le Japon prépare le système QZSS (Quasi-Zenith Satellite System) pour 2018-2019.

- Les propriétés de l'atmosphère influant sur la vitesse des ondes électromagnétiques.

Température, pression, humidité, présence ou non de nuages, turbulence de l'ionosphère (couche de l'atmosphère ionisée par le rayonnement solaire).